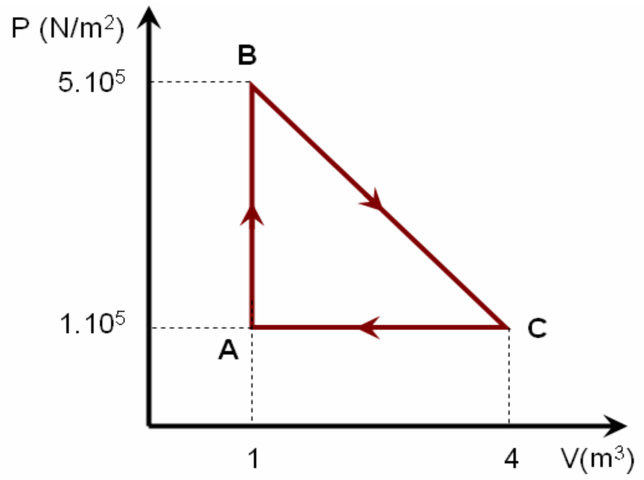
Termodinâmica – Ciclos

Prof. Vogt

Exercício resolvido

O gráfico abaixo, da variação da pressão (p) em função do volume (V), mostra três processos termodinâmicos que 100 mols de um gás ideal monoatômico sofre, constituindo um ciclo termodinâmico.
Adote R = 8 J/mol.K.



Determine:
a) As temperaturas dos três estados A, B e C;

$P_A \,.\, V_A = n \,.\, R \,.\, T_A$
$1 \,.\, 10^5 \,.\, 1 = 100 \,.\, 8 \,.\, T_A$
$T_A = 125$ K

$P_B \,.\, V_B = n \,.\, R \,.\, T_B$
$5 \,.\, 10^5 \,.\, 1 = 100 \,.\, 8 \,.\, T_B$
$T_B = 625$ K

$P_C \,.\, V_C = n \,.\, R \,.\, T_C$
$1 \,.\, 10^5 \,.\, 4 = 100 \,.\, 8 \,.\, T_C$
$T_C = 500$ K

b) As energias internas dos três estados A, B e C;

Como o gás é monoatômico, temos: $U = (3/2) \,.\, n \,.\, R \,.\, T$ ou $U = (3/2) \,.\, P \,.\, V$

$U_A = (3/2) \,.\, P_A \,.\, V_A$
$U_A = (3/2) \,.\, 1 \,.\, 10^5 \,.\, 1$
$U_A = 1{,}5 \,.\, 10^5$ J
ou
$U_A = (3/2) \,.\, n \,.\, R \,.\, T_A$
$U_A = (3/2) \,.\, 100 \,.\, 8 \,.\, 125$
$U_A = 1{,}5 \,.\, 10^5$ J

$U_B = (3/2) \,.\, P_B \,.\, V_B$
$U_B = (3/2) \,.\, 5 \,.\, 10^5 \,.\, 1$
$U_B = 7{,}5 \,.\, 10^5$ J
ou
$U_B = (3/2) \,.\, n \,.\, R \,.\, T_B$
$U_B = (3/2) \,.\, 100 \,.\, 8 \,.\, 625$
$U_B = 7{,}5 \,.\, 10^5$ J

$U_C = (3/2) \,.\, P_C \,.\, V_C$
$U_C = (3/2) \,.\, 1 \,.\, 10^5 \,.\, 4$
$U_C = 6 \,.\, 10^5$ J
ou
$U_C = (3/2) \,.\, n \,.\, R \,.\, T_C$
$U_C = (3/2) \,.\, 100 \,.\, 8 \,.\, 500$
$U_C = 6 \,.\, 10^5$ J

c) A variação da energia interna para cada uma das transformações AB, BC e CA, utilizando os resultados obtidos no item b.

$\Delta U_{AB} = U_B - U_A$
$\Delta U_{AB} = 7{,}5 \,.\, 10^5 - 1{,}5 \,.\, 10^5$
$\Delta U_{AB} = 6 \,.\, 10^5$ J

$\Delta U_{BC} = U_C - U_B$
$\Delta U_{BC} = 6 \,.\, 10^5 - 7{,}5 \,.\, 10^5$
$\Delta U_{BC} = -1{,}5 \,.\, 10^5$ J

$\Delta U_{CA} = U_A - U_C$
$\Delta U_{CA} = 1{,}5 \,.\, 10^5 - 6 \,.\, 10^5$
$\Delta U_{CA} = -4{,}5 \,.\, 10^5$ J

d) A variação da energia interna do ciclo, utilizando-se os resultados do item c.

$\Delta U_{Ciclo} = \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CA}$
$\Delta U_{Ciclo} = 6 \,.\, 10^5 + (-1{,}5 \,.\, 10^5) + (-4{,}5 \,.\, 10^5)$
$\Delta U_{Ciclo} = 0$

Repare que, embora a variação da energia interna de cada transformação possa não ser nula, a variação da energia interna do ciclo é nula (como esperado, pois se trata de uma transformação cíclica).

e) O trabalho em cada uma das transformações AB, BC e CA. Em quais trechos o sistema realiza trabalho e em quais realiza-se trabalho sobre o sistema?

$\tau_{AB} = 0$ pois se trata de uma transformação isocórica. (sistema não troca trabalho: $\tau = 0$)

$\tau_{BC} =^{N} [\text{área}_{BC}]$
$\tau_{BC} = (5 \,.10^5 + 1 \,.\, 10^5) \,.\, (4 - 1)/2$
$\tau_{BC} = 9 \,.10^5$ J
(sistema realiza trabalho: $\tau > 0$)

$\tau_{CA} = P.\Delta V$
$\tau_{CA} = 1 \,.10^5 \,.\, (1 - 4)$
$\tau_{CA} = -3 \,.10^5$ J
(realiza-se trabalho sobre o sistema: $\tau < 0$)

f) O trabalho do ciclo utilizando os resultados do item e.

$\tau_{Ciclo} = \tau_{AB} + \tau_{BC} + \tau_{CA}$
$\tau_{Ciclo} = 0 + 9 \,.10^5 + (-3 \,.10^5)$
$\tau_{Ciclo} = 6 \,.\, 10^5$ J

g) A área interna ao ciclo e compare o resultado com o item f.

$\text{área}_{Interna} = (5 \,.10^5 - 1 \,.\, 10^5) \,.\, (4 - 1)/2$
$\text{área}_{Interna} = 6 \,.\, 10^5$

Repare que a soma dos trabalhos de cada uma das transformações é numericamente igual à área interna ao ciclo (como esperado): $\tau_{Ciclo} = {}^{N}[\text{área}_{Interna}]$

h) O calor trocado nas transformações AB, BC e CA. Em quais trechos o sistema recebe calor e em quais ele cede calor?

Da primeira lei temos: $\Delta U = Q - \tau \Rightarrow Q = \Delta U + \tau$

$Q_{AB} = \Delta U_{AB} + \tau_{AB}$
$Q_{AB} = 6 \cdot 10^5 + 0$
$Q_{AB} = 6 \cdot 10^5$ J
(recebe calor pois Q > 0)

$Q_{BC} = \Delta U_{BC} + \tau_{BC}$
$Q_{BC} = -1{,}5 \cdot 10^5 + 9 \cdot 10^5$
$Q_{BC} = 7{,}5 \cdot 10^5$ J
(recebe calor pois Q > 0)

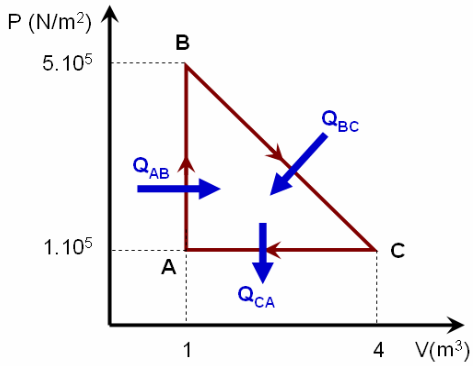
$Q_{CA} = \Delta U_{CA} + \tau_{CA}$
$Q_{CA} = (-4{,}5 \cdot 10^5) + (-3 \cdot 10^5)$
$Q_{CA} = -7{,}5 \cdot 10^5$ J
(cede calor pois Q < 0)

i) O calor recebido durante o ciclo e o calor cedido.

Calor recebido (Q > 0):
$Q_1 = Q_{AB} + Q_{BC}$
$Q_1 = 6 \cdot 10^5 + 7{,}5 \cdot 10^5$
$Q_1 = 13{,}5 \cdot 10^5$ J

Calor cedido (Q < 0):
$Q_2 = Q_{CA}$
$Q_2 = -7{,}5 \cdot 10^5$ J

Observe que como o calor trocado nos trechos AB e BC são positivos, e no trecho CD é negativo, significa que nos dois primeiros trechos o sistema recebe calor enquanto que no último trecho o sistema cede calor – o que pode ser simbolizado no próprio diagrama P x V (abaixo).



j) O calor no ciclo utilizando os resultados do item h.

$Q_{Ciclo} = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA}$
$Q_{Ciclo} = 6 \cdot 10^5 + 7{,}5 \cdot 10^5 + (-7{,}5 \cdot 10^5)$
$Q_{Ciclo} = 6 \cdot 10^5$ J

Repare que a soma dos calores trocados em cada uma das transformações deve ser igual ao trabalho do ciclo (como esperado):
$Q_{Ciclo} = \tau_{Ciclo}$

k) Utilizando a primeira lei da termodinâmica para o ciclo, calcule o calor no ciclo e compare com o item j.

$\Delta U_{Ciclo} = Q_{Ciclo} - \tau_{Ciclo}$
$0 = Q_{Ciclo} - 6 \cdot 10^5$
$Q_{Ciclo} = 6 \cdot 10^5$ J $\quad \therefore Q_{Ciclo} = \tau_{Ciclo}$

l) O rendimento do ciclo.

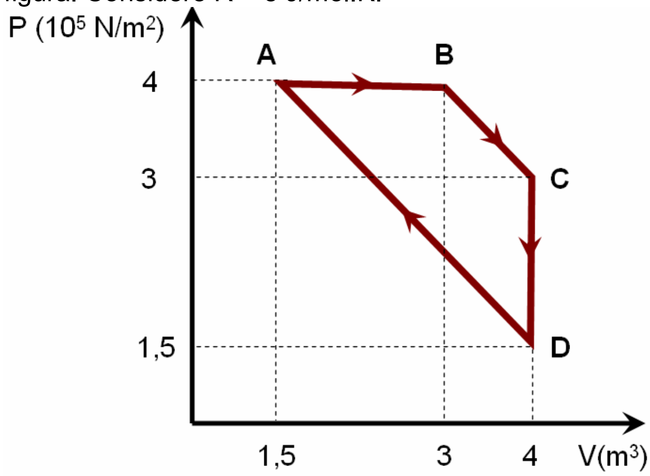
$\eta = \tau_{Ciclo} / Q_1$
$\eta = 6 \cdot 10^5 / 13{,}5 \cdot 10^5$
$\eta = 44{,}4\%$

m) O ciclo é motor ou refrigerador?

Motor (sentido horário).

Exercício proposto

1. Um sistema constituído por 200 mols de um gás monoatômico sofre quatro transformações sucessivas, AB, BC, CD e DA, conforme mostra o diagrama $p \times V$ na figura. Considere R = 8 J/mol.K.



Determine:
a) As temperaturas dos quatro estados A, B, C e D;
b) As energias internas dos quatro estados A, B, C e D;
c) A variação da energia interna para cada uma das transformações AB, BC, CD e DA, utilizando os resultados obtidos no item b.
d) A variação da energia interna do ciclo, utilizando-se os resultados do item c.
e) O trabalho em cada uma das transformações AB, BC, CD e DA. Em quais trechos o sistema realiza trabalho e em quais realiza-se trabalho sobre o sistema?
f) O trabalho do ciclo utilizando os resultados do item e.
g) A área interna ao ciclo e compare o resultado com o item f.
h) O calor trocado nas transformações AB, BC, CD e DA. Em quais trechos o sistema recebe calor e em quais ele cede calor?
i) O calor recebido e o calor cedido no ciclo.
j) O calor no ciclo utilizando os resultados do item h.
k) Utilizando a primeira lei da termodinâmica para o ciclo, calcule o calor no ciclo e compare com o item j.
l) O rendimento do ciclo.
m) O ciclo é motor ou refrigerador?

Respostas
a) $T_a = 375$K, $T_b = 750$K, $T_c = 750$K, $T_d = 375$K
b) $U_a = 9.10^5$J, $U_b = 18.10^5$J, $U_c = 18.10^5$J, $U_d = 9.10^5$J
c) $\Delta U_{ab} = 9.10^5$J, $\Delta U_{bc} = 0$, $\Delta U_{cd} = -9.10^5$J, $\Delta U_{da} = 0$.
d) $\Delta U_{ciclo} = 0$
e) $\tau_{ab} = 6.10^5$J, $\tau_{bc} = 3{,}5.10^5$J, $\tau_{cd} = 0$, $\tau_{da} = -6{,}875.10^5$J, sistema realiza trabalho: AB e BC, realiza-se trabalho sobre o sistema: DA
f) $\tau_{ciclo} = 2{,}625.10^5$J
g) $\tau_{ciclo} = 2{,}625.10^5$J
h) $Q_{ab} = 15.10^5$J, $Q_{bc} = 3{,}5.10^5$J, $Q_{cd} = -9.10^5$J, $Q_{da} = -6{,}875.10^5$J, recebe: AB e BC, cede CD e DA
i) $Q_1 = 18{,}5.10^5$J, $Q_2 = -15{,}875.10^5$J,
j) $Q_{ciclo} = 2{,}625.10^5$J
k) $Q_{ciclo} = 2{,}625.10^5$J
l) $\eta = 14\%$
m) motor (sentido horário).